Integrace substituční metodou

1. [Zill] $\int (2\,x-5)^{11}\,\mathrm{d}x$ *Nápověda:* $2\,x-5=t$ *Řešení:* $\frac{1}{24}\,(2\,x-5)^{12}+c$

2. [Zill] $\int x^2\,\mathrm{e}^{-2\,x^3}\,\mathrm{d}x$ *Nápověda:* $-2\,x^3=t$ *Řešení:* $-\frac{1}{6}\,\mathrm{e}^{-2\,x^3}+c$

3. [SbFAST] $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x}\,\mathrm{d}x$ *Nápověda:* $\ln x=t$ nebo $\ln x=t^2$ *Řešení:* $\frac{2}{3}\sqrt{\ln^3 x}+c$

4. [Dem] $\int \frac{\mathrm{e}^x}{2+\mathrm{e}^x}\,\mathrm{d}x$ *Nápověda:* $\mathrm{e}^x=t$ nebo $2+\mathrm{e}^x=t$ *Řešení:* $\ln(2+\mathrm{e}^x)+c$

5. [Zill] $\int \frac{x^2}{(x-1)^4}\,\mathrm{d}x$ *Nápověda:* $x-1=t$ *Řešení:* $-\frac{1}{x-1}-\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{1}{3\,(x-1)^3}+c$

6. $\int \frac{x}{1+x^4}\,\mathrm{d}x$ *Nápověda:* $x^2=t$ *Řešení:* $\frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\,x^2+c$

7. Nechť f je diferencovatelná funkce. Pomocí substituční metody dokažte, že $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x = \ln|f(x)|+c$. Který z předchozích integrálů je tohoto typu? Pomocí odvzeného vzorce zintegrujte $\int \frac{1}{x\,\ln x}\,\mathrm{d}x$.
Řešení: $\ln|\ln x|$+c

8. $\int \frac{1}{\mathrm{e}^x+1}\,\mathrm{d}x$ *Nápověda:* rozšířit výrazem e^x, pak substituce $\mathrm{e}^x+1=t$ nebo $\mathrm{e}^x=t$, nakonec parciální zlomky *Řešení:* $x-\ln(\mathrm{e}^x+1)+c$

9. [SbFAST] $\int \frac{3}{\sqrt{4x-x^2}}\,\mathrm{d}x$ *Nápověda:* doplnění na čtverec *Řešení:* $3\,\arcsin\frac{x-2}{2}+c$

10. Generátor $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x-9}\,\mathrm{d}x$ *Nápověda:* substituce $\cos x=t$, pak parciální zlomky *Řešení:* $\frac{1}{6}\,\ln\left|\frac{\cos x+3}{\cos x-3}\right|+c$

11. $\int \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}}\,\mathrm{d}x$ *Nápověda:* $x=\sin t$ *Řešení:* $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}+c$

Literatura

[Dem] B. P. Děmidovič. *Sbírka a cvičení z matematické analýzy.* FRAGMENT, 2003.

[SbFAST] H. Čermáková, J. Hřebíčková, J. Slaběňáková, and H. Šafářová. *Sbírka příkladů z matematiky II.* Stavební fakulta VUT Brno, 1994.

[Zill] D. G. Zill and W.S. Wright. *Calculus: Early Transcendentals.* International series in mathematics. Jones & Bartlett Learning, 2009.