

# První zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina A

*Poznámky:*

- Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

Zintegrujte:

1. [4 b.]

$$\int_1^2 x \sin x^2 \, dx$$

*Řešení:*

Substitute:  $t = x^2$

$$1/2 \int_1^4 \sin(t) \, dt = 1/2 \cos(1) - 1/2 \cos(4)$$

2. [3 b.]

$$\int 3x \ln(2x) \, dx$$

*Řešení:*

Per-partes

$$3/2 x^2 \ln(2x) - 3/4 x^2 + c$$

3. [4 b.]

$$\int \cos^5 x \, dx$$

*Řešení:*

$$\sin x - 2/3 \sin^3 x + 1/5 \sin^5 x + c$$

4. [4 b.]

$$\int \frac{1 + \sqrt{2-x}}{x-3} \, dx$$

*Řešení:*

Substitute:  $t^2 = 2-x$

$$\int 2 \frac{(t+1)t}{t^2+1} \, dt = \int 2 + \frac{-2+2t}{t^2+1} \, dt = 2\sqrt{2-x} - 2 \arctan(\sqrt{2-x}) + \ln(x-3) + c$$

# První zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina B

*Poznámky:*

- Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

Zintegrujte:

1. [4 b.]

$$\int \frac{x-1}{x+1-\sqrt{x+1}} dx$$

*Řešení:*

Substituce:  $t^2 = x+1$

$$\int 2 \frac{t^2-2}{-1+t} dt = \int 2t+2-2(-1+t)^{-1} dt = x+1+2\sqrt{x+1}-2\ln(\sqrt{x+1}-1)+c$$

2. [3 b.]

$$\int \sqrt{2x} \ln x dx$$

*Řešení:*

Per-partes

$$2/3 \sqrt{2} x^{3/2} \ln(x) - 4/9 \sqrt{2} x^{3/2} + c$$

3. [4 b.]

$$\int_1^2 x^2 e^{x^3} dx$$

*Řešení:*

Substituce:  $t = x^3$

$$1/3 \int_1^8 e^t dt = -1/3 e + 1/3 e^8$$

4. [4 b.]

$$\int \frac{4 \cos^3 x - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx$$

*Řešení:*

$$-4/\sin x - 4 \sin x + \cos x + c$$

# První zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina C

*Poznámky:*

- Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

Zintegrujte:

1. [4 b.]

$$\int \frac{4x + 5}{(4x + 3)\sqrt{x + 1}} dx$$

*Řešení:*

Substituce  $t^2 = x + 1$

$$\int 2 \frac{4t^2 + 1}{4t^2 - 1} dt = \int 2 - 2(2t + 1)^{-1} + 2(2t - 1)^{-1} dt = 2\sqrt{x + 1} - \ln(2\sqrt{x + 1} + 1) + \ln(2\sqrt{x + 1} - 1) + c$$

2. [4 b.]

$$\int \frac{\cos^2 x + \sin^3 x}{\cos x} dx$$

*Řešení:*

$$\sin(x) + 1/2 (\cos(x))^2 - \ln(\cos(x)) + c$$

3. [3 b.]

$$\int (x + 1) \sin(1 - x) dx$$

*Řešení:*

Per-partes

$$(x + 1) \cos(1 - x) + \sin(1 - x) + c$$

4. [4 b.]

$$\int_{\frac{\pi^2}{4}}^{\pi^2} \frac{1}{\sqrt{x}} \cos \sqrt{x} dx$$

*Řešení:*

Substituce:  $t = \sqrt{x}$

$$2 \int_{\pi/2}^{\pi} \cos(t) dt = -2$$

# První zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina D

*Poznámky:*

- Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

Zintegrujte:

1. [4 b.]

$$\int \frac{\cos^3 x + \sin x}{\sin x} dx$$

*Řešení:*

$$\ln(\sin(x)) - 1/2 (\sin(x))^2 + x + c$$

2. [4 b.]

$$\int \frac{x+1}{x\sqrt{x+4}} dx$$

*Řešení:*

Substitute:  $t^2 = x + 4$

$$\int 2 \frac{t^2-3}{t^2-4} dt = \int 2 + 1/2 (t-2)^{-1} - 1/2 (t+2)^{-1} dt =$$
$$2\sqrt{x+4} + 1/2 \ln(\sqrt{x+4}-2) - 1/2 \ln(\sqrt{x+4}+2) + c$$

3. [3 b.]

$$\int 2x e^{1-x} dx$$

*Řešení:*

Per-partes

$$-2(x+1)e^{1-x} + c$$

4. [4 b.]

$$\int_1^e \frac{1}{x} \sin(\ln x) dx$$

*Řešení:*

Substitute:  $t = \ln(x)$

$$\int_0^1 \sin(t) dt = 1 - \cos(1)$$

# První zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina E

*Poznámky:*

- Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

Zintegrujte:

1. [3 b.]

$$\int \frac{x}{2} \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx$$

*Řešení:*

Per-partes

$$2 \cos(x/2) + x \sin(x/2) + c$$

2. [4 b.]

$$\int_1^2 x e^{x^2} dx$$

*Řešení:*

Substituce:  $t = x^2$

$$1/2 \int_1^4 e^t dt = -1/2 e + 1/2 e^4$$

3. [4 b.]

$$\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-4}} dx$$

*Řešení:*

Substituce:  $t^2 = x - 4$

$$\int 2 \frac{t^2+5}{t^2+4} dt = \int 2 + 2(t^2+4)^{-1} dt = 2\sqrt{x-4} + \arctan(1/2\sqrt{x-4}) + c$$

4. [4 b.]

$$\int \frac{6 - 2 \cos^3 x}{\sin^2 x} dx$$

*Řešení:*

$$-6 \cotg x + 2/\sin x + 2 \sin x + c$$

# První zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina F

*Poznámky:*

- Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

Zintegrujte:

1. [4 b.]

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$$

*Řešení:*

Substituce:  $t = x^{-1}$

$$\int_{1/2}^1 \sin(t) dt = -\cos(1) + \cos(1/2)$$

2. [4 b.]

$$\int \frac{\sqrt{4x+2}}{4x+1} dx$$

*Řešení:*

Substituce:  $t^2 = 4x + 2$

$$1/2 \int \frac{t^2}{t^2-1} dt = \int 1/2 + 1/4 (t-1)^{-1} - 1/4 (t+1)^{-1} dt =$$

$$1/2 \sqrt{4x+2} + 1/4 \ln(\sqrt{4x+2}-1) - 1/4 \ln(\sqrt{4x+2}+1) + c$$

3. [4 b.]

$$\int \frac{\sin^3 x + 4 \cos x}{\cos x} dx$$

*Řešení:*

$$-\ln \cos x + 1/2 \cos^2 x + 4x + c$$

4. [3 b.]

$$\int x e^{2x-1} dx$$

*Řešení:*

Per-partes

$$1/4 (2x-1) e^{2x-1} + c$$

# První zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina G

*Poznámky:*

- Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

Zintegrujte:

1. [3 b.]

$$\int \frac{x}{2} \cos(x-3) \, dx$$

*Řešení:*

Per-partes

$$1/2 \cos(x-3) + x/2 \sin(x-3) + c$$

2. [4 b.]

$$\int \frac{\cos^2 x - 5 \sin^3 x}{\cos^2 x} \, dx$$

*Řešení:*

$$x - 5/\cos x - 5 \cos x + c$$

3. [4 b.]

$$\int \frac{\sqrt{x-2}}{4x-7} \, dx$$

*Řešení:*

Substitute:  $t^2 = x - 2$

$$\int 2 \frac{t^2}{4t^2+1} \, dt = \int 1/2 - 1/2 (4t^2+1)^{-1} \, dt = 1/2 \sqrt{x-2} - 1/4 \arctan(2\sqrt{x-2}) + c$$

4. [4 b.]

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} \, dx$$

*Řešení:*

Substitute:  $t = x^{-1}$

$$\int_{1/2}^1 e^t \, dt = e - e^{1/2}$$

# První zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina H

*Poznámky:*

- Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

Zintegrujte:

1. [4 b.]

$$\int \frac{\cos^3 x + 5 \sin x}{\sin^3 x} dx$$

*Řešení:*

$$-5 \cot x - 1/(2 \sin^2 x) - \ln \sin x + c$$

2. [4 b.]

$$\int \frac{x}{1 - \sqrt{x+2}} dx$$

*Řešení:*

Substitute:  $t^2 = x + 2$

$$\int -2 \frac{(t^2-2)t}{-1+t} dt = \int -2t^2 - 2t + 2 + 2(-1+t)^{-1} dt = -2/3 (x+2)^{3/2} - x - 2 + 2\sqrt{x+2} + 2 \ln(-1 + \sqrt{x+2}) + c$$

3. [4 b.]

$$\int_1^2 x^2 \sin(x^3) dx$$

*Řešení:*

Substitute:  $t = x^3$

$$1/3 \int_1^8 \sin(t) dt = 1/3 \cos(1) - 1/3 \cos(8)$$

4. [3 b.]

$$\int (x+1) e^{3x+1} dx$$

*Řešení:*

Per-partes

$$1/9 (3x+2) e^{3x+1} + c$$



# První zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina I

*Poznámky:*

- Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

Zintegrujte:

1. [4 b.]

$$\int \frac{\sin^3 x + 2}{\cos^2 x} dx$$

*Řešení:*

$$1/\cos x + \cos x + 2 \operatorname{tg} x + c$$

2. [4 b.]

$$\int \frac{x}{(x+1)\sqrt{x-2}} dx$$

*Řešení:*

Substituce:  $t^2 x - 2$

$$\int 2 \frac{t^2+2}{t^2+3} dt = \int 2 - 2(t^2+3)^{-1} dt = 2\sqrt{x-2} - 2/3\sqrt{3} \arctan(1/3\sqrt{x-2}\sqrt{3}) + c$$

3. [3 b.]

$$\int \frac{\ln x}{3x^2} dx$$

*Řešení:*

Per-partes

$$-1/3 \frac{\ln(x)}{x} - 1/3 x^{-1} + c$$

4. [4 b.]

$$\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} \sin \sqrt{x} dx$$

*Řešení:*

Substituce:  $t = \sqrt{x}$

$$2 \int_1^2 \sin(t) dt = 2 \cos(1) - 2 \cos(2)$$

# První zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina J

*Poznámky:*

- Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

Zintegrujte:

1. [3 b.]

$$\int \frac{\ln(6x)}{6} dx$$

*Řešení:*

Per-partes

$$1/6 \ln(6x) x - x/6 + c$$

2. [4 b.]

$$\int \sin^5 x \cos^3 x dx$$

*Řešení:*

$$1/6 \sin^6 x - 1/8 \sin^8 x + c$$

3. [4 b.]

$$\int \frac{\sqrt{x} - 1}{x + 1} dx$$

*Řešení:*

Substitute:  $t^2 = x$

$$\int 2 \frac{(-1+t)t}{t^2+1} dt = \int 2 + \frac{-2t-2}{t^2+1} dt = 2\sqrt{x} - 2 \arctan(\sqrt{x}) - \ln(x+1) + c$$

4. [4 b.]

$$\int_2^4 \frac{1}{\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}} dx$$

*Řešení:*

Substitute:  $t = \sqrt{x}$

$$2 \int_{\sqrt{2}}^2 e^t dt = -2e^{\sqrt{2}} + 2e^2$$