

Teoretické otázky ke zkoušce z Matematiky V

1 Řešení nelineárních rovnic

- Počáteční aproximace kořene:
 - Uveďte podmínky existence kořene funkce f na intervalu $\langle a, b \rangle$. Jsou to podmínky nutné nebo postačující?
- Metoda bisekce:
 - Vysvětlete princip metody, popište 2 kroky této metody.
 - Jaký je odhad chyby po k -té iteraci?
 - Jaké je vhodné kritérium k ukončení výpočtů?
 - Za jakých předpokladů je úloha $f(x) = 0$ řešitelná metodou bisekce?
- Newtonova-Raphsonova metoda:
 - Vysvětlete princip metody, odvoďte jeden kroky této metody.
 - Jaká jsou vhodná kritéria k ukončení výpočtů?
 - Jaké jsou postačující podmínky konvergence této metody?
 - Jaká je rychlost konvergence?
- Metoda prosté iterace:
 - Vysvětlete princip metody.
 - Jaká jsou vhodná kritéria k ukončení výpočtů?
 - Uveďte postačující podmínky konvergence.
 - Co lze říct o řádu konvergence této metody?
 - Definujte pevný bod funkce F , kontraktivní funkci F na intervalu $\langle a, b \rangle$ a koeficient kontrakce.
- Metoda sečen a Steffensenova metoda:
 - Vysvětlete princip obou metod.
- Rychlost konvergence iterační metody
 - Definujte řád konvergence a vysvětlete, co to znamená.
 - Uveďte řady konvergence některých metod.

2 Soustavy lineárních rovnic

- Uveďte podmínky existence a jednoznačnosti řešení soustavy lineárních rovnic. Jsou to podmínky nutné nebo postačující?
- Gaussova eliminační metoda:
 - Popište algoritmus metody.
 - Jaká je její výpočetní náročnost?
 - Kdy lze Gaussovu eliminaci bez výběru hlavního prvku bezpečně použít?
 - Proč provádíme Gaussovu eliminaci s částečným výběrem hlavního prvku? Vysvětlete tuto metodu.
- LU rozklad
 - Co se rozumí pojmem LU rozklad matice A ?
 - Jaká je výpočetní náročnost nalezení LU rozkladu?
 - K čemu je dobrý?
- Inverzní matice
 - Jak budete numericky počítat inverzní matice?

- Jaká je výpočetní náročnost tohoto procesu?
- Vektorové a maticové normy
 - Definujte pojem norma, speciálně pak uveďte definiční vztahy pro $\|\mathbf{x}\|_1$, $\|\mathbf{x}\|_2$, $\|\mathbf{x}\|_\infty$, $\|A\|_1$, $\|A\|_F$, $\|A\|_\infty$.
 - Co znamená souhlasnost maticové a vektorové normy?
 - Co znamená, že je norma přirozená?
- Číslo podmíněnosti
 - Definujte číslo podmíněnosti $\kappa(A)$ matice A .
 - Co znamená, že je matice špatně podmíněná?
 - Jak je možné odhadnout relativní chybu řešení soustavy lineárních rovnic?
- Iterační metody pro soustavy lineárních rovnic
 - Vysvětlete obecný princip iteračních metod pro řešení soustavy lineárních rovnic.
 - Formulujte a zdůvodněte postačující podmínky konvergence obecné iterační metody.
 - Popište Jacobiovu metodu. Uveďte postačující podmínky konvergence.
 - Popište Gaussovu-Seidelovu metodu. Uveďte postačující podmínky konvergence.

3 Aproximace funkcí

- Aproximace a Interpolace
 - Vysvětlete pojem "aproximace funkce f ".
 - Formulujte úlohu Lagrangeovské interpolace.
 - Formulujte úlohu Hermitovské interpolace.
 - Co je tzv. Rungeho jev? Vysvětlete proč není účelné používat interpolační polynomy vysokých stupňů.
- Splajny
 - Vysvětlete, co je to lineární interpolační splajn.
 - Vysvětlete, co je to kubický interpolační splajn. Jak lze zvolit koncové podmínky?
- Metoda nejmenších čtverců
 - Formulujte úlohu o proložení křivky empiricky získanými daty metodou nejmenších čtverců. Jak se tato úloha řeší?

4 Numerické derivování a integrování

- Numerický výpočet derivace
 - Uveďte případy kdy je účelné počítat derivaci numericky.
 - Jak postupujeme při odvozování formulí pro přibližný výpočet derivace?
 - Vysvětlete vzájemný vztah diskretizační a zaokrouhlovací chyby.
- Numerická integrace
 - Uveďte případy kdy je účelné počítat integrál numericky.
 - Odvoďte obdélníkovou a lichoběžníkovou formuli.
 - Kdy řekneme, že formule je řádu r ?

5 Řešení počátečních úloh ODR1

- Explicitní Eulerova metoda
 - Popište princip metody a odvoďte její výpočetní schéma.
- Implicitní Eulerova metoda
 - Popište princip metody a odvoďte její výpočetní schéma.

6 Řešení okrajových úloh ODR2

- Úvod do diferenciálních rovnic
 - Pomocí diferenciální rovnice $-a^2 y'' + (v(x)y)' = f(x)$ popisujeme šíření tepla. Popište fyzikální význam jednotlivých členů v rovnici.
 - Vypište Dirichletovy, Neumannovy a Newtonovy (Robinovy) okrajové podmínky. Popište jejich fyzikální význam.
- Diferenční metoda (metoda sítí)
 - Popište princip metody.
 - Jak diskretizujeme Neumannovy a Newtonovy okrajové podmínky? Jaké jsou výhody či nevýhody jednotlivých přístupů?
- Metoda konečných prvků
 - Popište princip metody.