

Opravná zápočtová písemka z Matematiky III (BA04)

skupina A

1. [4 body] Náhodná veličina X má rozdělovací funkci

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{3}{4}(x-1)^2 + \frac{3}{4} & \text{pro } x \in (0, 2), \\ 0 & \text{jindy.} \end{cases}$$

Určete:

- Distribuční funkci $F(x)$.
 - Pravděpodobnost $P(X \in (-3.2, \infty))$, $P(X \in (\frac{1}{4}, 4))$
 - Hustotu transformované náhodné veličiny $Y = \ln X - 1$.
2. [4 body] Náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 2, \\ \frac{k}{x^2} + l & \text{pro } x > 2, \end{cases}$$

Určete:

- Konstanty k, l .
 - Pravděpodobnost $P(X = 3.5)$, $P(X \in (-1, 3))$.
 - Střední hodnotu, $E(X - 3)$ a rozptyl náhodné veličiny X .
3. [4 body] Náhodný vektor (X, Y) má rozdělovací funkci danou tabulkou

$x \backslash y$	0	1	2
0	$c/10$	$2c/15$	$3c/20$
2	$3c/20$	$c/5$	$4c/15$

Určete:

- Konstantu c a obor hodnot Ω náhodného vektoru (X, Y) .
- Marginální rozdělovací funkce a rozhodněte o nezávislosti náhodných veličin X, Y .
- Pravděpodobnost $P(X + Y > 1)$, $P([X, Y] = [1, 0])$.
- Distribuční funkci marginální náhodné veličiny Y a nakreslete její graf.

Opravná zápočtová písemka z Matematiky III (BA04)

skupina B

1. [4 body] Náhodná veličina X má rozdělovací funkci

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{6}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + \frac{9}{10} & \text{pro } x \in (0, 2), \\ 0 & \text{jindy.} \end{cases}$$

Určete:

- Distribuční funkci $F(x)$.
- Pravděpodobnost $P(X \in (-\infty, 10))$, $P(X \in (\frac{3}{4}, 4))$
- Hustotu transformované náhodné veličiny $Y = e^X + 1$.

2. [4 body] Náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 1, \\ \frac{k}{x^3} + l & \text{pro } x > 1, \end{cases}$$

Určete:

- Konstanty k, l .
- Pravděpodobnost $P(X = 1)$, $P(X \geq 2)$.
- Střední hodnotu $E(X)$ a dále $D(X + 1)$.

3. [4 body] Náhodný vektor (X, Y) má rozdělovací funkci danou tabulkou

$x \backslash y$	0	1
-1	5/24	1/3
0	1/24	1/6
1	c	1/24

Určete:

- Konstantu c a obor hodnot Ω náhodného vektoru (X, Y) .
- Marginální rozdělovací funkce a rozhodněte o nezávislosti náhodných veličin X, Y .
- Pravděpodobnost $P(Y < X)$, $P([X, Y] = [1, 0])$.
- Distribuční funkci marginální náhodné veličiny X a nakreslete její graf.

Opravná zápočtová písemka z Matematiky III (BA04)

skupina C

1. [4 body] Náhodná veličina X má rozdělovací funkci

$$f(x) = \begin{cases} a & \text{pro } x \in \langle 0, 1 \rangle, \\ 2a & \text{pro } x \in (1, 1.5), \\ 0 & \text{jindy.} \end{cases}$$

. Určete:

- Nakreslete graf hustoty $f(x)$ a určete konstantu a .
- Pravděpodobnost $P(X \leq 5)$, $P(X \in \langle \frac{1}{2}, \frac{5}{4} \rangle)$.
- $E(-X - 1)$ víte-li že $E(X) = \frac{7}{8}$.

2. [4 body] Náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 1, \\ c_1\sqrt{x} + c_2 & \text{pro } x \in (1, 4), \\ 1 & \text{jindy.} \end{cases}$$

. Určete:

- Konstanty c_1, c_2 .
- Pravděpodobnost $P(X = 3.14)$, $P(X \in (-\infty, 3))$.
- Střední hodnotu $E(X)$ a rozptyl $D(X)$ náhodné veličiny X .
- Distribuční funkci transformované náhodné veličiny $Y = X^2 + 1$

3. [4 body] Náhodný vektor (X, Y) má hustotu

$$f(x, y) = \begin{cases} 2^x & \text{pro } [x, y] \in (0, 1) \times (0, \ln 2), \\ 0 & \text{jindy.} \end{cases}$$

Určete:

- Obor hodnot Ω náhodného vektoru (X, Y) .
- Marginální rozdělovací funkce a rozhodněte o nezávislosti náhodných veličin X, Y .
- Pravděpodobnost $P([X, Y] = [1/2, 1/3])$, $P([X, Y] \in (0, 1) \times (0, 1))$.
- Distribuční funkci marginální náhodné veličiny Y a nakreslete její graf.