

## Opravná písemka z Matematiky I (1M)

1. [2.5 bodu] Zderivujte

$$f(x) = \sin x^3 \cdot \ln(\sqrt{3x}) + \frac{6}{x} + e,$$

$$g(x) = \sqrt{x + \sqrt{x^2 + e^{2x}}}.$$

2. [1 bod] L'Hospitalovým pravidlem určete limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln^2 x.$$

3. [0.5 bodu] Určete limity

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \cos \frac{1}{x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \ln \left( \frac{\sin x}{x} + 1 \right) + \frac{x^2 - 3x - 6}{x^2 - x - 1} \right).$$

4. [1 bod] Pomocí Taylorova polynomu třetího stupně určete přibližně hodnotu  $\sqrt[4]{15}$ .

5. [3 body] Nechť je dána funkce  $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ . Určete definiční obor funkce  $f$ , limity do  $\pm\infty$ , intervaly, kde je funkce rostoucí a kde klesající, lokální extrémy a Pokuste se funkci načrtnout. Dále určete její globální extrémy na intervalu  $\langle -1, 3 \rangle$ .

6. [1.5 bodu] Substituční metodou zintegrujte

$$\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx.$$

7. [1.5 bodu] Integrací per partes určete

$$\int x^2 \cos 5x \, dx.$$

8. [1 bod] Určete  $a$  tak, aby šedě vyšrafovaná plocha na obrázku měla obsah  $\frac{4}{3}$ .

