

1. zápočtová písemka z Matematiky I (1M)

skupina A

1. [1.5 bodu] Vypočtěte determinant matice A .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Jedná se o matici singulární nebo regulární?

2. [2.5 bodu] a) Určete matici X , pro kterou platí

$$X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -1 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

b) Dále vyjádřete, čemu se rovná matice Y , pokud platí rovnice

$$A(2Y + B) = C$$

a matice A, B, C a Y jsou vhodných rozměrů a regulární.

3. [1.5 bodu] Nechtě jsou dány body $A = [0, 1, 0]$, $B = [-2, -1, 3]$, $C = [2, 2, 2]$.

- Pomocí vektorového součinu určete obsah trojúhelníka s vrcholy v bodech A, B, C
- Pomocí skalárního součinu rozhodněte, zda úsečka BC je kolmá na úsečku BA .

4. [2 body] Určete rovnici roviny ρ procházející bodem $A = [0, 3, 2]$ a přímkou p určenou rovinami $x + y - z + 1 = 0$, $x - 2y - z + 5 = 0$. Určete vzdálenost bodu $B = [5, -13, 0]$ od roviny ρ .

5. [2 body] Použitím Frobeniovy věty rozhodněte, zda systém lineárních rovnic má řešení a vyřešte jej.

$$\begin{aligned} -11x_1 + 5x_2 + 17x_3 + 6x_4 - 31 &= 0 \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 5 &= 0 \\ 7x_1 - 2x_2 - 12x_3 + 8x_4 + 28 &= 0 \\ -4x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 14x_4 - 3 &= 0. \end{aligned}$$

6. [2.5 bodu] Nakreslete grafy funkcí

- $f_1(x) = |\tan |x| - 1|$
- $f_2(x) = -\frac{1}{2} \arcsin(x - 3)$
- $f_3(x) = \log_{0.5}(2x)$