

1. zápočtová písemka z předmětu Matematika I.

Příklad 1 (5%) Upravte výraz $(\cos x - \sin x)^2$.

Příklad 2 (10%) Dokažte, že $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A' \vee B)$ je tautologie.

Příklad 3 (10%) Spočítejte inverzní matici k matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Příklad 4 (10%) Určete determinant matice A z předchozího příkladu.

Příklad 5 (15%) Řešte soustavu lineárních rovnic a určete hodnotu matice soustavy i rozšířené matice soustavy.

$$\begin{array}{cccccccl} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & + & 3x_5 & + & 3x_6 & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 3x_4 & + & x_5 & + & x_6 & = & -1 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 3x_4 & + & x_5 & + & 7x_6 & = & 11 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & + & 6x_4 & + & 2x_5 & + & 8x_6 & = & 10 \end{array}$$

Příklad 6 (10%) Řešte soustavu lineárních rovnic a **proved'te zkoušku**.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 7 (15%) Určete vzdálenost bodu $M = [-2, 2, 0]$ od přímky AB , kde $A = [4, 0, 2]$ a $B = [5, -1, 3]$.

Příklad 8 (15%) Načrtněte graf funkce $f(x)$ a určete průsečíky grafu se souřadnicovými osami (výrazy nemusíte vyčíslovat).

$$f(x) = |\log|x| - 1| - 1$$

Příklad 9 (10%) Určete vektorový součin $u \times (-u)$ a skalární součin $u \cdot u$, kde vektor $u = (1, -2, 4)$.

Příklad 10 (10%) Jsou dány matice P, Q . Určete $P^T Q^T$

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$