

# Zápočtová písemka z Matematiky II (BA02)

Skupina A

Poznámky:

- Nezaručuji správnost řešení ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

1. [4 b.] Mějme danu množinu  $\Omega = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 ; y > \sqrt{x}, x > 0, x + y - 3 < 0\}$ .

- (a) Nakreslete množinu  $\Omega$ .  
(b) Popište množinu  $\Omega$  jako oblast I. a II. druhu.  
(c) Převed'te dvojný integrál

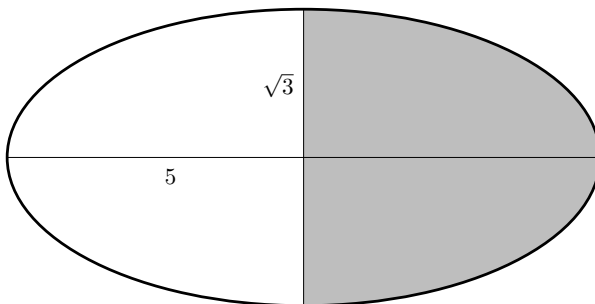
$$\iint_{\Omega} \frac{x}{y^2} + 1 \, dx \, dy$$

na dvojnásobný a dále jej nepočítejte.

Řešení:

c)  $\int_0^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} \int_{\sqrt{x}}^{-x+3} \frac{x}{y^2} + 1 \, dy \, dx$ .

2. [4 b.] Pomocí transformace do zobecněných polárních souřadnic odvoďte obsah vyznačený na obrázku šedě.



Řešení:

$S = \frac{5\sqrt{3}}{2}\pi$ .

3. [3 b.] Necht'  $\Omega = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 ; z + 3x + y - 3 < 0, x > 0, y > 2, z > 0\}$ .

- (a) Nakreslete množinu  $\Omega$ .  
(b) Převed'te trojný integrál  $\iiint_{\Omega} 1 \, dx \, dy \, dz$  na trojnásobný. Dále jej nepočítejte.

Řešení:

b)  $\int_2^3 \int_0^{1-y/3} \int_0^{3-3x-y} dz \, dx \, dy$ .

4. [4 b.] Uvažujme množinu  $\Omega = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 ; z > \sqrt{x^2 + y^2}, z < 5, x < 0, y > 0\}$ .

- (a) Nakreslete množinu  $\Omega$ .  
(b) Pomocí transformace do cylindrických souřadnic vypočítejte trojný integrál

$$\iiint_{\Omega} x^2 + y^2 \, dx \, dy \, dz$$

Řešení:

b)  $\int_0^5 \int_{\pi/2}^{\pi} \int_{\rho}^5 \rho^3 \, dz \, d\varphi \, d\rho = \frac{625}{8}\pi$ .

# Zápočtová písemka z Matematiky II (BA02)

Skupina B

Poznámky:

- Nezaručuji správnost řešení ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

1. [4 b.] Mějme danu množinu  $\Omega = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 ; y < \sqrt{x}, x^2 < y, y > \frac{1}{2}\}$ .

- (a) Nakreslete množinu  $\Omega$ .  
(b) Popište množinu  $\Omega$  jako oblast I. a II. druhu.  
(c) Převed'te dvojný integrál

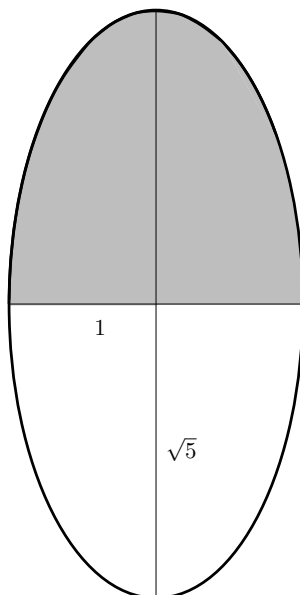
$$\iint_{\Omega} \frac{xy}{4} + y \, dx \, dy$$

na dvojnásobný a dále jej nepočítejte.

Řešení:

c)  $\int_{1/2}^1 \int_{y^2}^{\sqrt{y}} \frac{xy}{4} + y \, dx \, dy$ .

2. [4 b.] Pomocí transformace do zobecněných polárních souřadnic odvod'te obsah vyznačený na obrázku šedě.



Řešení:

$$S = \frac{\sqrt{5}}{2} \pi.$$

3. [3 b.] Nechť  $\Omega = \{[x, y] \in \mathbb{R}^3 ; z < 2 - x - 2y, x > 1, y > 0, z > 0\}$ .

- (a) Nakreslete množinu  $\Omega$ .  
(b) Převed'te trojný integrál  $\iiint_{\Omega} 1 \, dx \, dy \, dz$  na trojnásobný. Dále jej nepočítejte.

Řešení:

b)  $\int_1^2 \int_0^{1-x/2} \int_0^{2-x-2y} dz \, dy \, dx$ .

4. [4 b.] Uvažujme množinu  $\Omega = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 ; z > x^2 + y^2, z < 4, y > 0\}$ .

- (a) Nakreslete množinu  $\Omega$ .  
(b) Pomocí transformace do cylindrických souřadnic vypočítejte trojný integrál

$$\iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz.$$

Řešení:

b)  $\int_0^2 \int_0^{\pi} \int_{\rho^2}^4 \rho^2 \, dz \, d\varphi \, d\rho = \frac{64}{15} \pi$ .