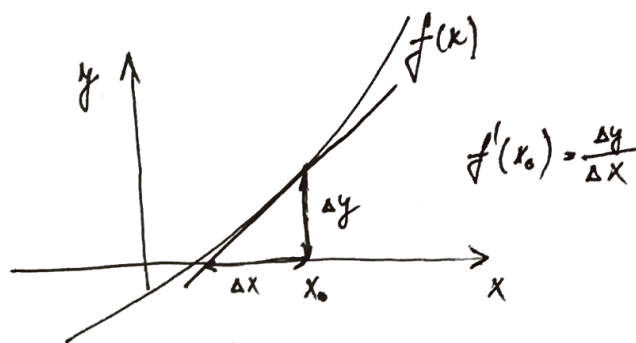


Funkce dvou proměnných - - parciální derivace

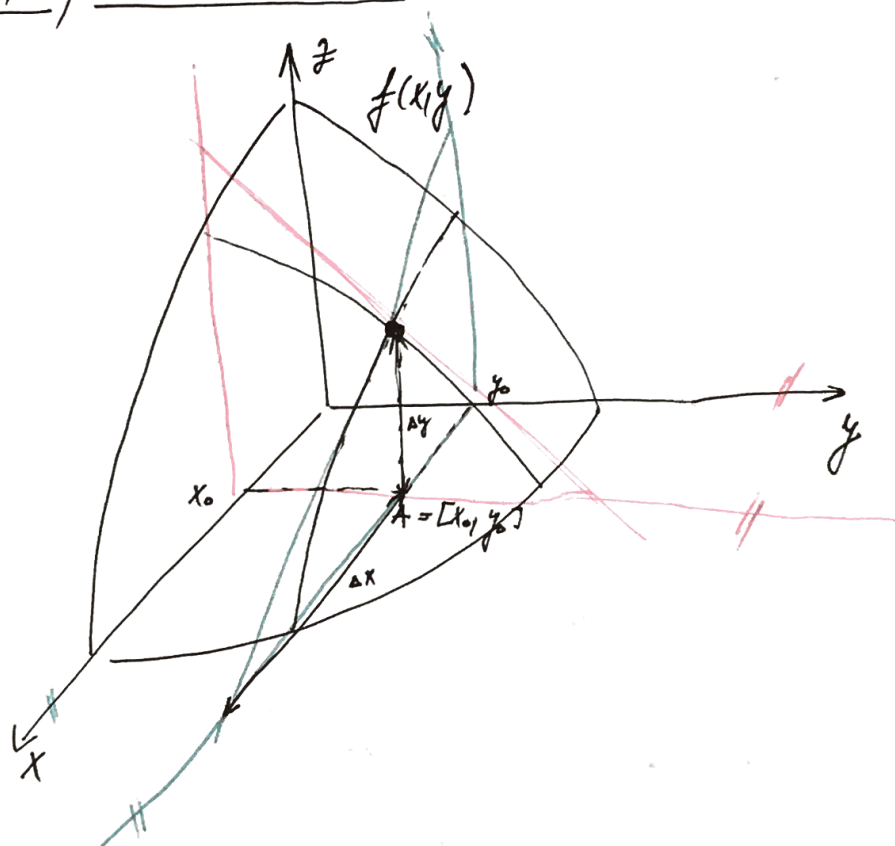
Připomenutí (ze 1. prom.)



Geom. význam parciální derivace

$$f_x(x_0, y_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$f_y(x_0, y_0) =$$



Značení

$$f(x, y)$$

$$z = \dots$$

$$f'_x(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$$

$$z_x$$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$$

$$z_y$$

Výpočet

1a) $f(x, y) = -6x^3y^4 + y^2 + 2x^5 - 8$

$$f_x(x, y) = -6y^4 \cdot 3x^2 + 0 + 2 \cdot 5x^4 - 0 \\ = -18x^2y^4 + 10x^4$$

$$f_y(x, y) = -6x^3 \cdot 4y^3 + 2y + 0 - 0 \\ = -24x^3y^3 + 2y$$

2) $g(x, y) = y \cdot \sin(x - y)$

$$g_x(x, y) = y \cdot \frac{\cos(x - y) \cdot (1 - 0)}{(\sin(x - y))'} = y \cdot \cos(x - y)$$

$$g_y(x, y) = 1 \cdot \sin(x - y) + y \cdot (\sin(x - y))' \\ = \sin(x - y) + y \cdot \cos(x - y) \cdot (0 - 1) = \\ = \sin(x - y) - y \cos(x - y)$$

1b) $[0, 1]$ roste $\frac{2}{3}$ ve směru osy x ?

$$f_x(0, 1) = -18 \cdot 0 \cdot 1 + 10 \cdot 0 = \underline{\underline{0}}$$

Parc. derivace vyšších řádů

$$f_{xx} \quad f_{yy} \quad f_{xy} = f_{yx}$$

1c) $f_{xx}(x, y) = -18y^4 \cdot 2x + 10 \cdot 4 \cdot x^3 = -36xy^4 + 40x^3$

$$f_{yy}(x, y) = -24x^3 \cdot 3y^2 + 2 = -72x^3y^2 + 2$$

$$f_{xy}(x, y) = -18x^2 \cdot 4y^3 + 0 = -72x^2y^3 = f_{yx}(x, y) = -24y^3 \cdot 3x^2 + 0 \\ = -72x^2y^3$$