

účetný integrál

Definice

$$\int_a^b f(x) dx$$

\leftarrow horní mez
 \uparrow dolní mez

čteme: integrál od a do b z funkce $f(x)$

(Pr) $\int_0^2 x^2 dx$... integrál od 0 do 2 z funkce x^2

Výpočet

V.1 Pokud je funkce f ~~kontinuální~~ ^{spojitá} na uzavřeném intervalu $\langle a, b \rangle$

$$\Rightarrow \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a),$$

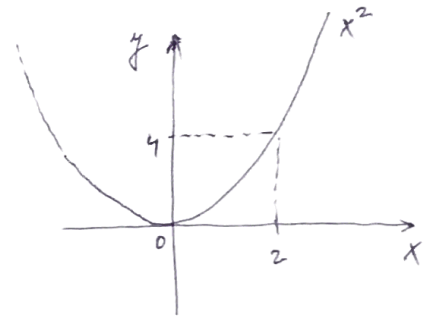
\hookrightarrow primitivní funkce F je f

Postup výpočtu: 1) ověříme, zda je funkce f ~~kontinuální~~ ^{spojitá} na $\langle a, b \rangle$
2) najdeme primitivní funkci F
3) dosadíme mez do $F(x)$

Pr - pokračování

$$\int_0^2 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{8}{3}$$

\uparrow primitivní funkce F je x^3

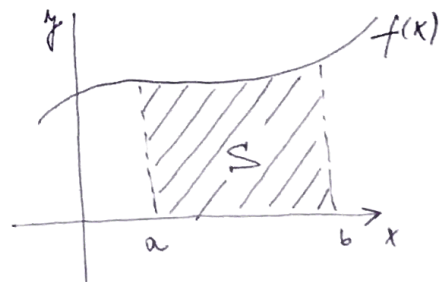


Výsledek

V.1 Pokud: 1) funkce f je ~~kontinuální~~ ^{spojitá} na uzavřeném intervalu $\langle a, b \rangle$,
2) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \langle a, b \rangle$

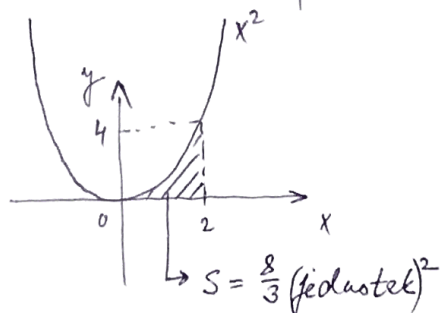
$$\Rightarrow S = \int_a^b f(x) dx$$

\hookrightarrow plocha pod grafem



Pr - pokračování

$$\int_0^2 x^2 dx = \frac{8}{3}$$

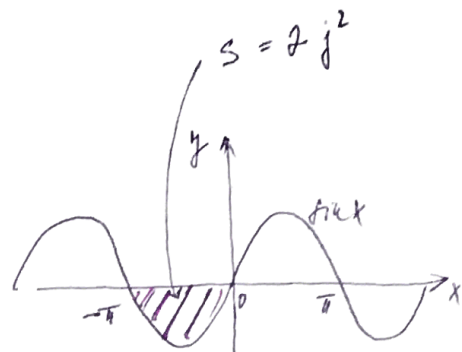


Přehledy

Co dělat, když:

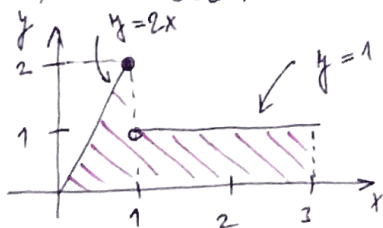
1) $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in \langle a, b \rangle$

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{Pr}} \int_{-\pi}^0 \sin x \, dx &= \left[-\cos x \right]_{-\pi}^0 = \\ &= \underbrace{-\cos 0}_1 - \left(\underbrace{-\cos(-\pi)}_{-1} \right) = -1 - 1 = \underline{\underline{-2}} \end{aligned}$$



2) Funkce f není spojitá, ale je počátkem spojitá na $\langle a, b \rangle$

$\textcircled{\text{Pr}}$ Pomocí určitého integrálu učitě obsah plochy na obrázku



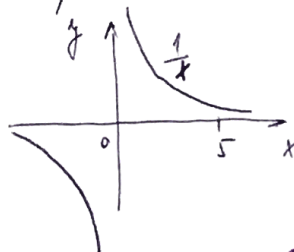
$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{pro } x \in \langle 0, 1 \rangle \\ 1 & \text{pro } x \in (1, 3] \end{cases}$$

↳ v bodě $x=1$ je nespojitost typu skok

$$S = \int_0^1 2x \, dx + \int_1^3 1 \, dx = \left[x \frac{2x}{2} \right]_0^1 + \left[x \right]_1^3 = (1^2 - 0^2) + (3 - 1) = \underline{\underline{3}}$$

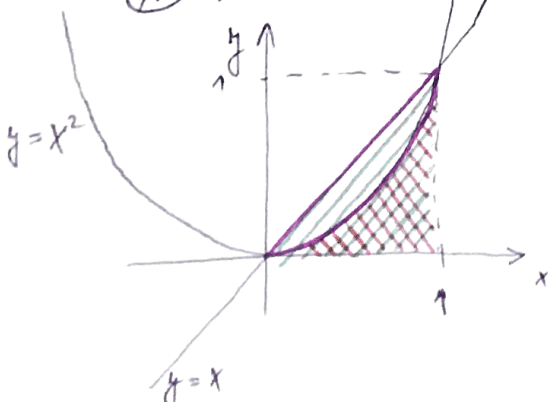
3) Funkce f není spojitá na $\langle a, b \rangle$ - složitější situace

$\textcircled{\text{Pr}} \int_0^5 \frac{1}{x} \, dx = \text{než předurčily}$



4) Potřebujeme spočítat obsah plochy mezi grafy dvou funkcí

$\textcircled{\text{Pr}}$ učitě obsah plochy ohraničené grafy funkcí x^2 a x



$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 x \, dx - \int_0^1 x^2 \, dx = \\ &= \int_0^1 x - x^2 \, dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - (0 - 0) = \frac{1}{6} \end{aligned}$$