

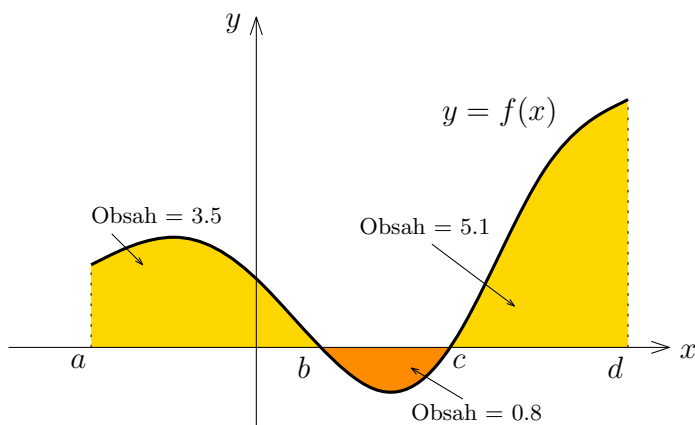
Určitý integrál

1. [Zill] Určete plochy, jejichž obsahy integrály reprezentují a na základě informací na obrázku určete hodnotu následujících integrálů.

(a) $\int_a^b f(x) \, dx$

(b) $\int_b^c f(x) \, dx$

(c) $\int_b^d f(x) \, dx$



Řešení: (a) 3.5, (b) -0.8, (c) 4.3

2. Vypočítejte následující integrály:

(a) $\int_0^{\frac{1}{4}} \cos(2\pi x) \, dx$

(b) $\int_{-\frac{1}{3}}^0 x e^{3x} \, dx$

(c) $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x} \, dx$

(d) $\int_{-1}^1 x^4 \sin x \, dx$

Nápověda: (a) Substitute $t = 2\pi x$, (b) per-partes $u = x$, (c) úprava $\sqrt{e^x} = e^{\frac{x}{2}}$, poté substitute $t = \frac{x}{2}$, (d) 1. způsob: 4-krát per-partes, 2. způsob: využití toho, že integrovaná funkce je lichá. *Řešení:* (a) $\frac{1}{2\pi}$, (b) $\frac{2}{9e} - \frac{1}{9}$, (c) $2\sqrt{2} - 2$, (d) 0

3. [Zill] Následující integrály interpretujte jako obsah plochy ohraničené grafy dvou funkcí. Nakreslete tuto plochu a určete její obsah.

(a) $\int_0^1 \sqrt{x} - x^2 \, dx$

(b) $\int_0^4 \sqrt{x} + x \, dx$

Nápověda: (b) Úprava $\sqrt{x} + x = \sqrt{x} - (-x)$. *Řešení:* (a) $\frac{1}{3}$, (b) $\frac{40}{3}$

4. [Zill] Následující integrály reprezentují obsahy plochy pod grafem. Nakreslete tuto plochu a spočítejte její obsah pomocí vhodných geometrických vzorců i pomocí integrace.

(a) $\int_{-2}^4 x + 2 \, dx$

(b) $\int_0^3 |x - 1| \, dx$

(c) $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} \, dx$

Nápověda: (c) Substitute $x = 3 \sin t$. *Řešení:* (a) 18, (b) $\frac{5}{2}$, (c) $\frac{9}{4}\pi$

Literatura

[Zill] D. G. Zill and W.S. Wright. *Calculus: Early Transcendentals*. International series in mathematics. Jones & Bartlett Learning, 2009.