

Zadání semestrální práce z předmětu Numerická a aplikovaná matematika (NAB028)

Pokyny

Semestrální práci zpracujte sami nebo ve dvojicích a odevzdejte ji vytištěnou v hodině 19. 12. 2019. Všechny úkoly vyřešte v MATLABu nebo Octavu, pokud není uvedeno jinak.

Práce bude obsahovat:

1. Vaše jméno(a).
2. Zadaný počáteční problém
3. Krátký popis vámi implementovaných metod včetně vašeho úplného, řádně okomentovaného kódu.
4. Grafické výstupy s popisky.

Pokud usilujete o hodnocení:

17-20 bodů: vypracujte všechny úkoly.

14-16 bodů: vypracujte úkoly: 1, 2, 3, 4, 8.

10-13 bodů: vypracujte úkoly: 1, 2, 3 nebo 4, 8.

Vaše hodnocení může být o zlepšeno nebo zhoršeno na základě kvality vaší semestrální práce.

Zadání

Nechť je dán počáteční problém

$$\begin{aligned}\frac{dy(t)}{dt} &= -y(t) + q(t) \quad t \in (0, \infty) \\ y(0) &= y_0\end{aligned}\tag{1}$$

1. Najděte analytické řešení problému (1) (můžete použít libovolný software - např. WolframAlpha, nebo úlohu vyřešte metodami, které byly prezentovány v předmětu Matematika 3).
2. Vykreslete graf funkce y .
3. Nalezněte lokální extrém funkce y . Tedy řešte rovnici

$$\frac{dy(t)}{dt} = 0,$$

kterou je možné upravit na tvar

$$-y(t) + q(t) = 0.$$

Využijte znalosti funkce y , kterou jste našli v předchozích krocích. Řešení nalezněte některou z numerických metod probíraných na přednáškách (bisekce, metoda tečen, metoda prosté iterace).

4. Vytvořte v MATLABu nebo Octavu funkci EE.m. Zkopírujte do ní následující kód:

```
function [t,y] = EE(f, a, b, y0, N)
% Vyresí explicitní eulerovou metodou problem
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%          y'   = f(t,y)          t nalezi intervalu (a, b)  %%
%%          y(a) = y0                                     %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```

%
% komentare obsahujici vase jmeno, vyznam vstupnich
% a vystupnich parapetru, ukazkove volani, uziti funkce,
% strucny popis matematicke metody

h = (b-a)/N; %delka kroku

t = zeros(N+1,1);
y = zeros(N+1,1);

    ???

end

```

Doplňte komentáře a nahraďte ??? tak, aby funkce `EE.m` implementovala EE metodu.

5. Vytvořte funkci `IE.m`. Zkopírujte do ní následující kód:

```

function [t,y] = IE(p, q , a, b, y0, N)
% komentare

h = (b-a)/N; %delka kroku

t = zeros(N+1,1);
y = zeros(N+1,1);

    ???

end

```

Doplňte komentáře a nahraďte ??? tak, aby funkce `IE.m` implementovala IE metodu, kterou bude možné vyřešit problém (1).

6. Vyřešte problém (1) metodami EE a IE na intervalu $(0, 4)$ s 10ti kroky. Do jednoho obrázku vykreslete obě numerická řešení společně s analytickým řešením.
7. Navrhněte numerickou metodu, která využívá vašeho pozorování, že jedna z metod IE a EE přesné řešení podhodnocuje a druhá nadhodnocuje zhruba o stejnou hodnotu. Napište její schéma a implementujte ji. Znáte jméno této metody?
8. Vyřešte problém (1) pomocí matlabovské metody `ode23` s globální chybou 10^{-5} (použijte parametr metody `AbsTol`). Kolik potřebovala metoda `ode23` kroků k výpočtu?