

# Zápočtová písemka z Matematiky I-2

Skupina A

Poznámky:

- *Nezaručuji správnost řešení ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*

1. [4 b.] Rovinná plocha je dána nerovnostmi

$$y < -x^2 + 2x, \quad y > -2x + 2, \quad y > 0.$$

(a) Plochu nakreslete.

(b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.

(c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

*Řešení:*

$$S = -1 + 4/3 \sqrt{2}.$$

2. [3 b.] Spočítejte parciální derivaci druhého řádu  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f$  funkce

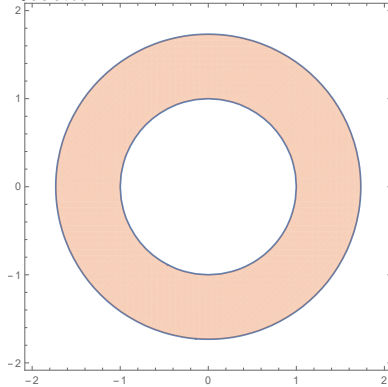
$$f(x, y) = \ln(2x + 3y^2) + 6y^4.$$

*Řešení:*

3. [3 b.] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \arcsin(x^2 + y^2 - 2).$$

*Řešení:*



4. [4 b.] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci  $f(x, y) = x^3 \cos y$  v bodě  $A = [1, 0]$ . S jeho pomocí přibližně určete hodnotu  $f(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ .

*Řešení:*

$$T_2 = -2 + 3x - 1/2 y^2 + 3(x-1)^2$$

$$T_2(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) = \frac{1}{8}.$$

# Zápočtová písemka z Matematiky I-2

Skupina B

Poznámky:

- Nezaručuji správnost řešení ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

1. [4 b.] Rovinná plocha je dána nerovnostmi

$$y > -x^2, \quad y < x, \quad y < -4x + 2.$$

(a) Plochu nakreslete.

(b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.

(c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

Řešení:

$$S = -\frac{26}{15} + 4/3 \sqrt{2}.$$

2. [3 b.] Spočítejte parciální derivaci druhého řádu  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f$  funkce

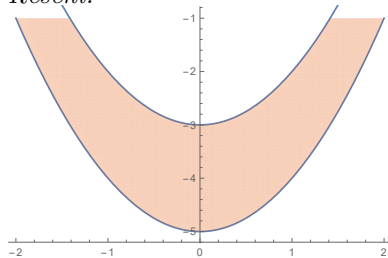
$$f(x, y) = 2 \cos \left( 6x - \frac{1}{y} \right) + 3 \sin y.$$

Řešení:

3. [3 b.] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \arccos(y - x^2 + 4).$$

Řešení:



4. [4 b.] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci  $f(x, y) = \sqrt{y} e^{2x}$  v bodě  $A = [0, 1]$ . S jeho pomocí přibližně určete hodnotu  $f(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ .

Řešení:

$$T_2 = 1/2 + 2x + y/2 + 2x^2 + (y-1)x - 1/8 (y-1)^2$$

$$T_2(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}) = \frac{39}{32}$$

# Zápočtová písemka z Matematiky I-2

Skupina C

*Poznámky:*

- *Nezaručuji správnost řešení ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*

1. [4 b.] Rovinná plocha je dána nerovnostmi

$$y > x^3, \quad y < 3x, \quad y < 2.$$

- (a) Plochu nakreslete.  
(b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.  
(c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

*Řešení:*

$$S = -2/3 + 3/2 \sqrt[3]{2}.$$

2. [4 b.] Spočítejte parciální derivaci druhého řádu  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f$  funkce

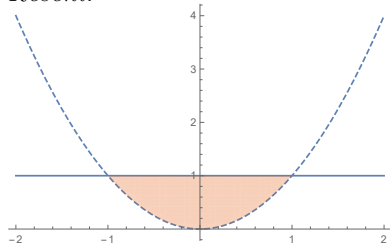
$$f(x, y) = 4e^{2x^2 \ln y} + x.$$

*Řešení:*

3. [3 b.] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \arcsin y + \ln(y - x^2).$$

*Řešení:*



4. [3 b.] Napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce  $f(x, y) = \sin(x^2 + 2y^2)$  v bodě  $A = [\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ .

*Řešení:*

# Zápočtová písemka z Matematiky I-2

Skupina D

Poznámky:

- *Nezaručuji správnost řešení ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*

1. [4 b.] Rovinná plocha je dána nerovnostmi

$$y < 2x^3, \quad y < -x(x-1), \quad y > 0.$$

- (a) Plochu nakreslete.  
(b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.  
(c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

Řešení:

$$S = \frac{11}{96}.$$

2. [4 b.] Spočítejte parciální derivaci druhého řádu  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f$  funkce

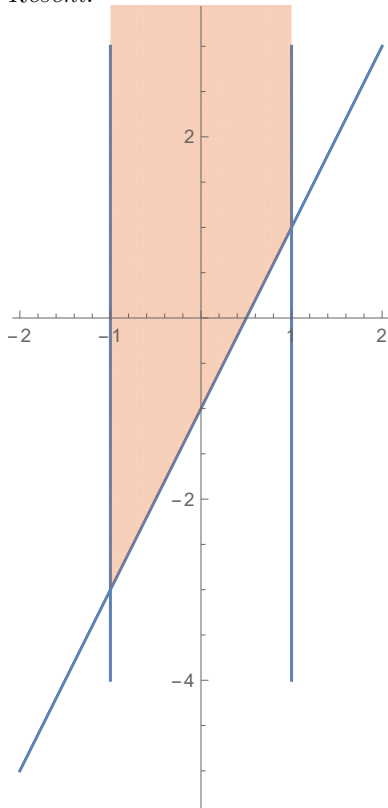
$$f(x, y) = -e^{\frac{x^7}{y}} + x.$$

Řešení:

3. [3 b.] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \sqrt{y - 2x + 1} + \arcsin(x).$$

Řešení:



4. [3 b.] Napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce  $f(x, y) = \ln(1 + 2x + y^2)$  v bodě  $A = [2, 1]$ .

Řešení:

# Zápočtová písemka z Matematiky I-2

Skupina E

Poznámky:

- *Nezaručuji správnost řešení ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*

1. [4 b.] Rovinná plocha je dána nerovnostmi

$$y > x^3, \quad y > -x, \quad y < 2.$$

- (a) Plochu nakreslete.  
(b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.  
(c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

*Řešení:*

$$S = 2 + 3/2 \sqrt[3]{2}.$$

2. [4 b.] Spočítejte parciální derivaci druhého řádu  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f$  funkce

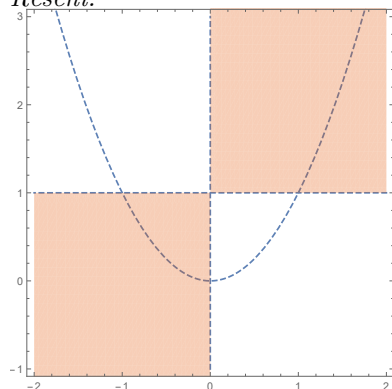
$$f(x, y) = 2 \sin\left(\frac{2x}{y}\right) + 3 \cos y.$$

*Řešení:*

3. [3 b.] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \ln(x(y-1)) + \frac{2}{x^2 - y}.$$

*Řešení:*



4. [3 b.] Napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce  $f(x, y) = y^2 \ln x$  v bodě  $A = [e, 2]$ .

*Řešení:*

# Zápočtová písemka z Matematiky I-2

Skupina F

Poznámky:

- Nezaručuji správnost řešení ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

1. [4 b.] Rovinná plocha je dána nerovnostmi

$$y < -x^2 + 3, \quad y < -x(x-2), \quad y > 0.$$

- (a) Plochu nakreslete.  
(b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.  
(c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

Řešení:

$$S = -9/4 + 2\sqrt{3}.$$

2. [4 b.] Spočítejte parciální derivaci druhého řádu  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f$  funkce

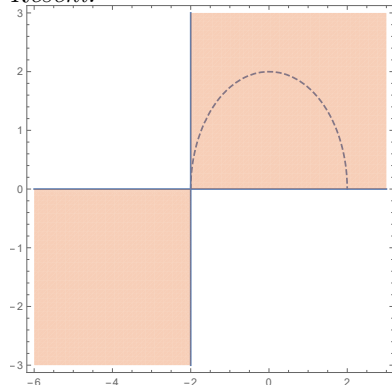
$$f(x, y) = \ln(2xy^3 + 1) - 3x^5.$$

Řešení:

3. [3 b.] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \frac{\ln(y(x+2))}{x^2 + y^2 - 4}.$$

Řešení:



4. [3 b.] Napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce  $f(x, y) = 1 + x^2 e^y$  v bodě  $A = [2, \ln 3]$ .

Řešení:

# Zápočtová písemka z Matematiky I-2

Skupina G

Poznámky:

- Nezaručuji správnost řešení ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

1. [4 b.] Rovinná plocha je dána nerovnostmi

$$y < 2x, \quad y < -x(x-4), \quad y > 3x-6, \quad y > 0.$$

(a) Plochu nakreslete.

(b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.

(c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

Řešení:

$$S = \frac{37}{6}.$$

2. [4 b.] Spočítejte parciální derivaci druhého řádu  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f$  funkce

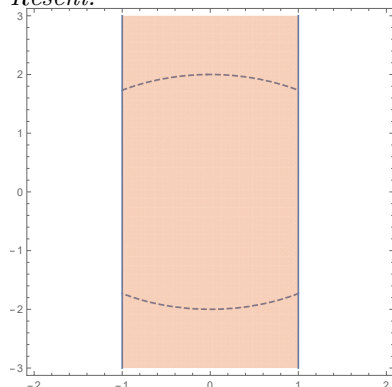
$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{4x \sin y + 2}} + \sqrt{2}.$$

Řešení:

3. [3 b.] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \arcsin(-x) + \frac{1}{x^2 + y^2 - 4}.$$

Řešení:



4. [3 b.] Napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce  $f(x, y) = x + 2y + \cos x \cos y$  v bodě  $A = [0, 2\pi]$ .

Řešení:

# Zápočtová písemka z Matematiky I-2

Skupina H

Poznámky:

- Nezaručuji správnost řešení ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.

1. [4 b.] Rovinná plocha je dána nerovnostmi

$$y < e^x, \quad y > x, \quad x > 0, \quad y < 2.$$

- (a) Plochu nakreslete.  
(b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.  
(c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

Řešení:

$$S = 3 - 2 \ln(2).$$

2. [4 b.] Spočítejte parciální derivaci druhého řádu  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f$  funkce

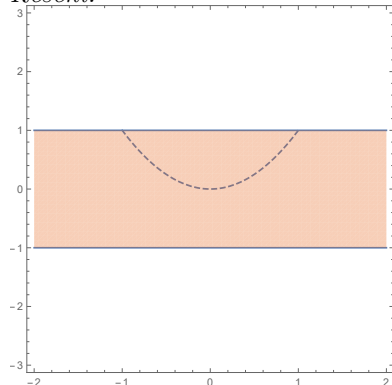
$$f(x, y) = \sin(2yx^3) + 6xy.$$

Řešení:

3. [3 b.] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \frac{\arcsin(-y)}{y - x^2}.$$

Řešení:



4. [3 b.] Napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce  $f(x, y) = 1 + \ln(x + y^2)$  v bodě  $A = [e, 0]$ .

Řešení: