Zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina A

Poznámky:

- *Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*
- *Pokud k výpočtům hodnot funkcí* sin, cos, tg, arcsin, arctg, … *používáte kalkulačku, pak ji musíte mít přepnutou na počítání v radiánech (nebo převádět hodnoty z radiánů na stupně).*

1. [*5 b.*] Nechť je dána plocha ohraničená grafy funkcí

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = -x + 4.$$

   (a) Plochu nakreslete.

   (b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.

   (c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

   Řešení:
   $S = 4\sqrt{3} + \ln\left(2 - \sqrt{3}\right) - \ln\left(2 + \sqrt{3}\right) \doteq 4.29.$

2. [*2.5 b.*] Vypočítejte první parciální derivace funkce $f(x,y) = 2\,\ln\left(\frac{x}{x-2\,y}\right) - \ln 2$ v bodě $A = [1, 2]$.

   Řešení:
   $\frac{\partial f}{\partial x}(1,2) = \frac{8}{3}$,
   $\frac{\partial f}{\partial y}(1,2) = -\frac{4}{3}$.

3. [*2.5 b.*] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{2x - y}}{xy}.$$

   Řešení:

4. [*4 b.*] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci $f(x,y) = \cos x \cos y$ v bodě $A = [0, 0]$. S jeho pomocí přibližně určete hodnotu $f(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ a srovnejte ji s přesnou hodnotou.

   Řešení:
   $T_2(f,[0,0])(x,y) = 1 - 1/2\,y^2 - 1/2\,x^2$,
   $T_2(f,[0,0])(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}) \doteq 0.84375$,
   $f(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}) \doteq 0.85$.

Zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina B

Poznámky:

- *Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*
- *Pokud k výpočtům hodnot funkcí* $\sin, \cos, \operatorname{tg}, \arcsin, \operatorname{arctg}, \ldots$ *používáte kalkulačku, pak ji musíte mít přepnutou na počítání v radiánech (nebo převádět hodnoty z radiánů na stupně).*

1. [*5 b.*] Nechť je dána plocha ohraničená grafy funkcí

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad g(x) = \frac{2x}{3}.$$

   (a) Plochu nakreslete.

   (b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.

   (c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

   Řešení:
   $S = 9/16 \doteq 0.5625.$

2. [*2.5 b.*] Vypočítejte první parciální derivace funkce $f(x,y) = -\sqrt{y\,(x-y)} - 3\sqrt{5}$ v bodě $A = [3,1]$.

   Řešení:
   $\frac{\partial f}{\partial x}(3,1) = -(1/4)\sqrt{2},$
   $\frac{\partial f}{\partial y}(3,1) = -(1/4)\sqrt{2}.$

3. [*2.5 b.*] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x,y) = \frac{\ln{(2-y)}}{2x-y}.$$

   Řešení:

4. [*4 b.*] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci $f(x,y) = \mathrm{e}^{xy}$ v bodě $A = [1,0]$. S jeho pomocí přibližně určete hodnotu $f(\frac{3}{4}, \frac{1}{2})$ a srovnejte ji s přesnou hodnotou.

   Řešení:
   $T_2(f,[1,0])(x,y) = 1 + y + (x-1)\,y + 1/2\,y^2$,
   $T_2(f,[1,0])(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}) = 1.5$,
   $f(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}) \doteq 1.454991.$

Zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina C

Poznámky:

- *Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*
- *Pokud k výpočtům hodnot funkcí* $\sin, \cos, \mathrm{tg}, \arcsin, \mathrm{arctg}, \ldots$ *používáte kalkulačku, pak ji musíte mít přepnutou na počítání v radiánech (nebo převádět hodnoty z radiánů na stupně).*

1. [*5 b.*] Nechť je dána plocha ohraničená grafy funkcí

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = -2x + 1.$$

   (a) Plochu nakreslete.

   (b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.

   (c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

   Řešení:
   $S = 8/3\,\sqrt{2} \doteq 3.77.$

2. [*2.5 b.*] Vypočítejte první parciální derivace funkce $f(x,y) = 3\,x\mathrm{e}^{xy} + \mathrm{e}$ v bodě $A = [0,1]$.

   Řešení:
   $\frac{\partial f}{\partial x}(0,1) = 3,$
   $\frac{\partial f}{\partial y}(0,1) = 0.$

3. [*2.5 b.*] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x,y) = \frac{\ln(x-y)}{y - x^2}.$$

   Řešení:

4. [*4 b.*] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci $f(x,y) = \sqrt[3]{\frac{x}{y}}$ v bodě $A = [1,1]$. S jeho pomocí přibližně určete hodnotu $f(0.9, 0.8)$ a srovnejte ji s přesnou hodnotou.

   Řešení:
   $T_2(f,[1,1])(x,y) = 1{+}1/3\,x{-}1/3\,y{-}1/9\,(x-1)^2{-}1/9\,(x-1)\,(y-1){+}2/9\,(y-1)^2,$
   $T_2(f,[1,1])(0.9,0.8) \doteq 1.038889,$
   $f(0.9,0.8) \doteq 1.04.$

Zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina D

Poznámky:

- *Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*
- *Pokud k výpočtům hodnot funkcí* $\sin, \cos, \operatorname{tg}, \arcsin, \operatorname{arctg}, \ldots$ *používáte kalkulačku, pak ji musíte mít přepnutou na počítání v radiánech (nebo převádět hodnoty z radiánů na stupně).*

1. [*5 b.*] Nechť je dána plocha ohraničená na intervalu $x \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$ osou y a grafy funkcí
$$f(x) = \sin x, \quad g(x) = \cos x.$$
   (a) Plochu nakreslete.
   (b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.
   (c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

   Řešení:
   $S = \sqrt{2} - 1 \doteq 0.41.$

2. [*2.5 b.*] Vypočítejte první parciální derivace funkce $f(x, y) = \frac{e^{xy}-1}{2y} + 2e$ v bodě $A = [0, 2]$.

   Řešení:
   $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 2) = 1/2,$
   $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 2) = 0.$

3. [*2.5 b.*] Zapište a zakreslete definiční obor funkce
$$f(x, y) = \frac{\sqrt{xy}}{y - 1}.$$

   Řešení:

4. [*4 b.*] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci $f(x, y) = \cos x \operatorname{tg} y$ v bodě $A = [\frac{\pi}{4}, 0]$. S jeho pomocí přibližně určete hodnotu $f(1, 0.25)$ a srovnejte ji s přesnou hodnotou.

   Řešení:
   $T_2(f, [\frac{\pi}{4}, 0])(x, y) = 1/2\,\sqrt{2}y - 1/2\,\sqrt{2}\,(x - 1/4\,\pi)\,y\ ,$
   $T_2(f, [\frac{\pi}{4}, 0])(1, 0.25) \doteq 0.13884,$
   $f(1, 0.25) \doteq 0.13796.$

Zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina E

Poznámky:

- *Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*
- *Pokud k výpočtům hodnot funkcí* sin, cos, tg, arcsin, arctg, … *používáte kalkulačku, pak ji musíte mít přepnutou na počítání v radiánech (nebo převádět hodnoty z radiánů na stupně).*

1. [*5 b.*] Nechť je dána plocha ohraničená osou y a grafy funkcí

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad g(x) = -2x + 1.$$

   (a) Plochu nakreslete.

   (b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.

   (c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

   Řešení:
   $S = 5/48$

2. [*2.5 b.*] Vypočítejte první parciální derivace funkce $f(x,y) = x \sin\left(x + \frac{\pi}{y}\right) - 4$ v bodě $A = [0, -2]$.

   Řešení:
   $\frac{\partial f}{\partial x}(0,-2) = -1,$
   $\frac{\partial f}{\partial y}(0,-2) = 0.$

3. [*2.5 b.*] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x,y) = \frac{\ln\left(x^2 + y^2 - 4\right)}{x + y}.$$

   Řešení:

4. [*4 b.*] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci $f(x,y) = y^3 \ln(x)$ v bodě $A = [1, -1]$. S jeho pomocí přibližně určete hodnotu $f(0.7, -0.9)$ a srovnejte ji s přesnou hodnotou.

   Řešení:
   $T_2(f, [1,-1])(x,y) = -x + 1 + 1/2\ (x-1)^2 + 3\ (x-1)(y+1)\ ,$
   $T_2(f, [1,-1])(0.7, -0.9) = 0.255,$
   $f(0.7, -0.9) \doteq 0.26.$

Zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina F

Poznámky:

- *Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*
- *Pokud k výpočtům hodnot funkcí* $\sin, \cos, \mathrm{tg}, \arcsin, \mathrm{arctg}, \ldots$ *používáte kalkulačku, pak ji musíte mít přepnutou na počítání v radiánech (nebo převádět hodnoty z radiánů na stupně).*

1. [*5 b.*] Nechť je dána plocha ohraničená grafy funkcí

$$f(x) = -x^2 + 5, \quad g(x) = -x + 3.$$

   (a) Plochu nakreslete.

   (b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.

   (c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

   Řešení:
   $S = 9/2$.

2. [*2.5 b.*] Vypočítejte první parciální derivace funkce $f(x,y) = xy^2 \sin(\pi y) - 1$ v bodě $A = [\frac{1}{2}, 1]$.

   Řešení:
   $\frac{\partial f}{\partial x}(\frac{1}{2}, 1) = 0$,
   $\frac{\partial f}{\partial y}(\frac{1}{2}, 1) = -1/2\,\pi$.

3. [*2.5 b.*] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}{x - \frac{1}{2}}.$$

   Řešení:

4. [*4 b.*] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci $f(x,y) = \mathrm{e}^x \sin y$ v bodě $A = [0, \frac{\pi}{2}]$. S jeho pomocí přibližně určete hodnotu $f(-0.25, 1.5)$ a srovnejte ji s přesnou hodnotou.

   Řešení:
   $T_2(f, [0, \frac{\pi}{2}])(x,y) = 1 + x - 1/2\,(y - 1/2\,\pi)^2 + 1/2\,x^2$,
   $T_2(f, [0, \frac{\pi}{2}])(-0.25, 1.5) \doteq 0.7787$,
   $f(-0.25, 1.5) \doteq 0.7787$.

Zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina G

Poznámky:

- *Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*
- *Pokud k výpočtům hodnot funkcí* sin, cos, tg, arcsin, arctg, ... *používáte kalkulačku, pak ji musíte mít přepnutou na počítání v radiánech (nebo převádět hodnoty z radiánů na stupně).*

1. [*5 b.*] Nechť je dána plocha ohraničená osou x a grafy funkcí

$$f(x) = -x^2 + 2, \quad g(x) = x.$$

   (a) Plochu nakreslete.
   (b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.
   (c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

   Řešení:
   $S = -7/6 + 4/3\sqrt{2} \doteq 0.72$

2. [*2.5 b.*] Vypočítejte první parciální derivace funkce $f(x,y) = x \arcsin\left(\frac{2x}{y}\right) - \frac{3\pi}{2}$ v bodě $A = [\frac{1}{2}, 2]$.

   Řešení:
   $\frac{\partial f}{\partial x}(\frac{1}{2}, 2) = (1/6)\pi + (1/3)\sqrt{3},$
   $\frac{\partial f}{\partial y}(\frac{1}{2}, 2) = -(1/12)\sqrt{3}.$

3. [*2.5 b.*] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x,y) = \frac{\ln(xy)}{x+y}.$$

   Řešení:

4. [*4 b.*] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci $f(x,y) = \tan(x+y)$ v bodě $A = [0,0]$. S jeho pomocí přibližně určete hodnotu $f(\frac{1}{4}, \frac{1}{6})$ a srovnejte ji s přesnou hodnotou.

   Řešení:
   $T_2(f,[0,0])(x,y) = x + y$,
   $T_2(f,[0,0])(\frac{1}{4}, \frac{1}{6}) = 5/12 \doteq 0.416667,$
   $f(\frac{1}{4}, \frac{1}{6}) \doteq 0.44258.$

Zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina H

Poznámky:

- *Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*
- *Pokud k výpočtům hodnot funkcí* sin, cos, tg, arcsin, arctg, ... *používáte kalkulačku, pak ji musíte mít přepnutou na počítání v radiánech (nebo převádět hodnoty z radiánů na stupně).*

1. [*5 b.*] Nechť je dána plocha ohraničená osou x a grafy funkcí
$$f(x) = \sqrt{x}, \quad g(x) = -\frac{x}{2} + 1.$$
   (a) Plochu nakreslete.
   (b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.
   (c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

   Řešení:
   $S = -8/3 + 2\sqrt{3} \doteq 0.8$

2. [*2.5 b.*] Vypočítejte první parciální derivace funkce $f(x,y) = -\arcsin\left(\frac{x}{2x-y}\right) - \frac{\pi}{4}$ v bodě $A = [2,1]$.

   Řešení:
   $\frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = (1/15)\sqrt{5}$,
   $\frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = -(2/15)\sqrt{5}$.

3. [*2.5 b.*] Zapište a zakreslete definiční obor funkce
$$f(x,y) = \frac{\ln(x-y)}{x^2 - y}.$$

   Řešení:

4. [*4 b.*] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci $f(x,y) = y^{2x}$ v bodě $A = [0,1]$. S jeho pomocí přibližně určete hodnotu $f(0.1, 0.9)$ a srovnejte ji s přesnou hodnotou.

   Řešení:
   $T_2(f,[0,1])(x,y) = 2x(y-1) + 1$,
   $T_2(f,[0,1])(0.1, 0.9) = 0.98$,
   $f(0.1, 0.9) \doteq 0.9791$.

Zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina I

Poznámky:

- *Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*
- *Pokud k výpočtům hodnot funkcí* $\sin, \cos, \mathrm{tg}, \arcsin, \mathrm{arctg}, \ldots$ *používáte kalkulačku, pak ji musíte mít přepnutou na počítání v radiánech (nebo převádět hodnoty z radiánů na stupně).*

1. [*5 b.*] Nechť je dána plocha ohraničená přímkou $y = 3$ a grafy funkcí

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = \frac{2}{x} \quad \text{pro } x > 0.$$

   (a) Plochu nakreslete.

   (b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.

   (c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

   Řešení:
   $S = -4/3 + 4/3 \ln(2) - 2 \ln(3) + 2\sqrt{3} \doteq 0.857739946$

2. [*2.5 b.*] Vypočítejte první parciální derivace funkce $f(x, y) = \frac{\sqrt{xy}(x-2)}{5} + \sqrt{2}$ v bodě $A = [4, 1]$.

   Řešení:
   $\frac{\partial f}{\partial x}(4, 1) = 1/2,$
   $\frac{\partial f}{\partial y}(4, 1) = 2/5.$

3. [*2.5 b.*] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \frac{\ln(x^2 - y)}{y + 1}.$$

   Řešení:

4. [*4 b.*] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci $f(x, y) = \frac{\cos x}{\sin y}$ v bodě $A = [0, \frac{\pi}{2}]$. S jeho pomocí přibližně určete hodnotu $f(0.1, 1.5)$ a srovnejte ji s přesnou hodnotou.

   Řešení:
   $T_2(f, [0, \frac{\pi}{2}])(x, y) = 1 - 1/2\,x^2 + 1/2\,(y - 1/2\,\pi)^2$,
   $T_2(f, [0, \frac{\pi}{2}])(0.1, 1.5) \doteq 0.9975,$
   $f(0.1, 1.5) \doteq 0.9975.$

Zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina J

Poznámky:

- *Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*
- *Pokud k výpočtům hodnot funkcí* sin, cos, tg, arcsin, arctg, … *používáte kalkulačku, pak ji musíte mít přepnutou na počítání v radiánech (nebo převádět hodnoty z radiánů na stupně).*

1. [*5 b.*] Nechť je dána plocha ohraničená na intervalu $x \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$ osou x a grafy funkcí
$$f(x) = \sin x, \quad g(x) = \cos x.$$
   (a) Plochu nakreslete.
   (b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.
   (c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

   Řešení:
   $S = 2 - \sqrt{2} \doteq 0.59.$

2. [*2.5 b.*] Vypočítejte první parciální derivace funkce $f(x, y) = (-x - y) \ln\left(\frac{x}{y}\right) + 2\ln 2$ v bodě $A = [\mathrm{e}, 1]$.

   Řešení:
   $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) = -2 - 1/\mathrm{e},$
   $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2) = \mathrm{e}.$

3. [*2.5 b.*] Zapište a zakreslete definiční obor funkce
$$f(x, y) = \frac{\sqrt{y - x^2}}{x + y}.$$

   Řešení:

4. [*4 b.*] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci $f(x, y) = \frac{\mathrm{e}^y}{x}$ v bodě $A = [1, 0]$. S jeho pomocí přibližně určete hodnotu $f(0.8, -0.2)$ a srovnejte ji s přesnou hodnotou.

   Řešení:
   $T_2(f, [1, 0])(x, y) = 2 - x + y + (x - 1)^2 - (x - 1)\, y + 1/2\, y^2\ ,$
   $T_2(f, [1, 0])(0.8, -0.2) = 1.02,$
   $f(0.8, -0.2) \doteq 1.0234.$

Zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina K

Poznámky:

- *Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*
- *Pokud k výpočtům hodnot funkcí* sin, cos, tg, arcsin, arctg, ... *používáte kalkulačku, pak ji musíte mít přepnutou na počítání v radiánech (nebo převádět hodnoty z radiánů na stupně).*

1. [*5 b.*] Nechť je dána plocha ohraničená přímkou $y = 3$ a grafy funkcí
$$f(x) = 2x, \quad g(x) = \frac{1}{x}.$$
   (a) Plochu nakreslete.
   (b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.
   (c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

   Řešení:
   $S = 7/4 - \ln(3) + 1/2 \ln(2) \doteq 0.9979613013.$

2. [*2.5 b.*] Vypočítejte první parciální derivace funkce $f(x, y) = x \ln(xy - 1) + 2 \ln 3$ v bodě $A = [1, 2]$.

   Řešení:
   $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) = 2,$
   $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2) = 1.$

3. [*2.5 b.*] Zapište a zakreslete definiční obor funkce
$$f(x, y) = \frac{\sqrt{xy - 1}}{y - 1}.$$

   Řešení:

4. [*4 b.*] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci $f(x, y) = \frac{1}{xy}$ v bodě $A = [\frac{1}{2}, 1]$. S jeho pomocí přibližně určete hodnotu $f(0.4, 1.1)$ a srovnejte ji s přesnou hodnotou.

   Řešení:
   $T_2(f, [\frac{1}{2}, 1])(x, y) = 8\,(x - 1/2)^2 + 4\,(x - 1/2)\,(y - 1) + 2\,(y - 1)^2 - 4\,x + 6 - 2\,y$,
   $T_2(f, [\frac{1}{2}, 1])(0.4, 1.1) = 2.26,$
   $f(0.4, 1.1) \doteq 2.27.$

Zápočtová písemka z Matematiky I-2 (BA07, MA07)

skupina L

Poznámky:

- *Všechna řešení jsou generována počítačem. Nezaručuji jejich správnost ani to, že jsou vyjádřena v nejvhodnějším tvaru.*
- *Pokud k výpočtům hodnot funkcí* sin, cos, tg, arcsin, arctg, … *používáte kalkulačku, pak ji musíte mít přepnutou na počítání v radiánech (nebo převádět hodnoty z radiánů na stupně).*

1. [*5 b.*] Nechť je dána plocha ohraničená přímkou $y = 2$ a grafy funkcí

$$f(x) = x^3, \quad g(x) = \frac{2}{x}.$$

   (a) Plochu nakreslete.
   (b) Určete její obsah. Výsledek ověřte vhodným odhadem obsahu plochy.
   (c) Určete její obvod. Integrály, které vzniknou při výpočtu sestavte a dále je nepočítejte.

   Řešení:
   $S = -3/2 - 1/2\ \ln(2) + 3/2\ \sqrt[3]{2} \doteq 0.043307985.$

2. [*2.5 b.*] Vypočítejte první parciální derivace funkce $f(x, y) = \frac{\arcsin(xy)}{2y} - \frac{\pi}{2}$ v bodě $A = [\frac{1}{2}, 1]$.

   Řešení:
   $\frac{\partial f}{\partial x}(\frac{1}{2}, 1) = (1/3)\sqrt{3},$
   $\frac{\partial f}{\partial y}(\frac{1}{2}, 1) = (1/6)\sqrt{3} - (1/12)\pi.$

3. [*2.5 b.*] Zapište a zakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x + y}}{y - x^2}.$$

   Řešení:

4. [*4 b.*] Napište Taylorův polynom druhého stupně pro funkci $f(x, y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right)$ v bodě $A = [1, 1]$. S jeho pomocí přibližně určete hodnotu $f(1.1, 0.9)$ a srovnejte ji s přesnou hodnotou.

   Řešení:
   $T_2(f, [1, 1])(x, y) = x - y - 1/2\ (x - 1)^2 + 1/2\ (y - 1)^2\ ,$
   $T_2(f, [1, 1])(1.1, 0.9) = 0.2,$
   $f(1.1, 0.9) \doteq 0.2007.$